

Sinussatz und Kosinussatz

Klasse 10

Aufgaben 1-5

Zeichne zu jeder Aufgabe eine Skizze. Die ersten fünf Aufgaben üben beide Sätze einzeln; die nächsten fünf üben Anwendungen und mehrschrittige Aufgaben.

Name: _____

Datum: _____

- 01** Im Dreieck ABC ist der Winkel bei A 40° und der Winkel bei B 60° groß. Die Seite a, die dem Winkel bei A gegenüberliegt, ist 5 cm lang. Berechne die Seite b.

- 02** Im Dreieck ABC ist der Winkel bei B 50° und der Winkel bei C 70° groß. Die Seite b ist 7 cm lang. Berechne die Seite c.

- 03** Im Dreieck ABC ist die Seite a = 6 cm und die Seite b = 8 cm lang; der Winkel bei A ist 30° groß. Berechne den Winkel bei B.

- 04** Im Dreieck ABC ist b = 5 cm, c = 7 cm und der Winkel bei A 60° groß. Berechne die Seite a.

- 05** Im Dreieck ABC sind die Seiten a = 5 cm, b = 6 cm und c = 7 cm lang. Berechne den Winkel bei C.

Sinussatz und Kosinussatz

Klasse 10

Aufgaben 6-10

Zeichne zu jeder Aufgabe eine Skizze. Die ersten fünf Aufgaben üben beide Sätze einzeln; die nächsten fünf üben Anwendungen und mehrschrittige Aufgaben.

Name: _____

Datum: _____

- 06** Ein Grundstück hat die Form eines Dreiecks mit den Seiten 8 m, 5 m und 7 m. Berechne den größten Winkel dieses Dreiecks.

- 07** Zwei Wege sind 4,2 km und 3,5 km lang und schließen einen Winkel von 65° ein. Wie weit liegen ihre Endpunkte auseinander?

- 08** Im Dreieck ABC ist $a = 10$ cm, $c = 7$ cm und der Winkel bei C 40° groß. Berechne den spitzen Winkel bei A und danach den Winkel bei B.

- 09** Im Dreieck ABC ist $b = 9$ cm, $c = 11$ cm und der Winkel bei A 70° groß. Berechne die Seite a und danach den Winkel bei B.

- 10** Im Dreieck ABC ist $a = 12$ cm, $b = 9$ cm und der Winkel bei C 55° groß. Berechne die Seite c und den Flächeninhalt.

Sinussatz und Kosinussatz

Klasse 10

Lösungen 1-5

Vergleiche auch den Rechenweg. Prüfe bei Gleichungen durch Einsetzen.

- 01** Im Dreieck ABC ist der Winkel bei A 40° und der Winkel bei B 60° groß. Die Seite a, die dem Winkel bei A gegenüberliegt, ist 5 cm lang. Berechne die Seite b.

$b \approx 6,74 \text{ cm}$

Sinussatz: $b = a \cdot \sin(60^\circ) : \sin(40^\circ) = 5 \text{ cm} \cdot 0,8660 : 0,6428 \approx 6,74 \text{ cm}$.

- 02** Im Dreieck ABC ist der Winkel bei B 50° und der Winkel bei C 70° groß. Die Seite b ist 7 cm lang. Berechne die Seite c.

$c \approx 8,59 \text{ cm}$

Sinussatz: $c = b \cdot \sin(70^\circ) : \sin(50^\circ) = 7 \text{ cm} \cdot 0,9397 : 0,7660 \approx 8,59 \text{ cm}$. Kontrolle: Der Winkel bei A ist $180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$.

- 03** Im Dreieck ABC ist die Seite a = 6 cm und die Seite b = 8 cm lang; der Winkel bei A ist 30° groß. Berechne den Winkel bei B.

Winkel B $\approx 41,8^\circ$ oder $\approx 138,2^\circ$

Sinussatz: $\sin(\text{Winkel B}) = b \cdot \sin(30^\circ) : a = 8 \cdot 0,5 : 6 \approx 0,6667$. Wegen $h = b \cdot \sin(30^\circ) = 4 < a < b$ gibt es zwei Lösungen: $B \approx 41,8^\circ$ oder $B \approx 138,2^\circ$ (C dann $11,8^\circ$).

- 04** Im Dreieck ABC ist b = 5 cm, c = 7 cm und der Winkel bei A 60° groß. Berechne die Seite a.

$a = \sqrt{39} \approx 6,24 \text{ cm}$

Kosinussatz: $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(60^\circ) = 25 + 49 - 35 = 39$. Also $a = \sqrt{39} \approx 6,24 \text{ cm}$.

- 05** Im Dreieck ABC sind die Seiten a = 5 cm, b = 6 cm und c = 7 cm lang. Berechne den Winkel bei C.

Winkel C $\approx 78,5^\circ$

Kosinussatz: $\cos(\text{Winkel C}) = (a^2 + b^2 - c^2) : (2 \cdot a \cdot b) = (25 + 36 - 49) : 60 = 0,2$. Also Winkel C $\approx 78,5^\circ$.

Sinussatz und Kosinussatz

Klasse 10

Lösungen 6-10

Vergleiche auch den Rechenweg. Prüfe bei Gleichungen durch Einsetzen.

- 06 Ein Grundstück hat die Form eines Dreiecks mit den Seiten 8 m, 5 m und 7 m. Berechne den größten Winkel dieses Dreiecks.**

größter Winkel $\approx 81,8^\circ$

Der größte Winkel liegt der längsten Seite gegenüber: $\cos(\text{Winkel}) = (5^2 + 7^2 - 8^2) : (2 \cdot 5 \cdot 7) = 10 : 70 \approx 0,1429$. Also $\approx 81,8^\circ$.

- 07 Zwei Wege sind 4,2 km und 3,5 km lang und schließen einen Winkel von 65° ein. Wie weit liegen ihre Endpunkte auseinander?**

$\approx 4,18$ km

Kosinussatz: $d^2 = 17,64 + 12,25 - 2 \cdot 4,2 \cdot 3,5 \cdot \cos(65^\circ) \approx 29,89 - 12,42 = 17,47$. Also $d \approx 4,18$ km.

- 08 Im Dreieck ABC ist $a = 10$ cm, $c = 7$ cm und der Winkel bei C 40° groß. Berechne den spitzen Winkel bei A und danach den Winkel bei B.**

Winkel A $\approx 66,7^\circ$; Winkel B $\approx 73,3^\circ$

Sinussatz: $\sin(\text{Winkel A}) = 10 \cdot \sin(40^\circ) : 7 \approx 0,9183$, also Winkel A $\approx 66,7^\circ$; der zweite Wert $113,3^\circ$ ist die stumpfe Lösung. Dann Winkel B = $180^\circ - 40^\circ - 66,7^\circ = 73,3^\circ$.

- 09 Im Dreieck ABC ist $b = 9$ cm, $c = 11$ cm und der Winkel bei A 70° groß. Berechne die Seite a und danach den Winkel bei B.**

$a \approx 11,59$ cm; Winkel B $\approx 46,9^\circ$

Kosinussatz: $a^2 = 81 + 121 - 2 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 0,3420 \approx 134,28$, also $a \approx 11,59$ cm. Sinussatz: $\sin(\text{Winkel B}) = 9 \cdot \sin(70^\circ) : 11,59 \approx 0,7297$. Weil $a > b$ ist, nur der spitze Wert: B $\approx 46,9^\circ$.

- 10 Im Dreieck ABC ist $a = 12$ cm, $b = 9$ cm und der Winkel bei C 55° groß. Berechne die Seite c und den Flächeninhalt.**

$c \approx 10,06$ cm; A $\approx 44,23$ cm²

Kosinussatz: $c^2 = 144 + 81 - 2 \cdot 12 \cdot 9 \cdot 0,5736 \approx 101,11$, also $c \approx 10,06$ cm. Fläche: A = $0,5 \cdot 12 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 0,8192 \approx 44,23 \text{ cm}^2$.